

ВАРИАНТ 1

1. Найти и построить область определения функции двух переменных

$$z = \sqrt{x - \sqrt{y - 1}}.$$

2. Для функции $u = \ln(3 + x^2) - 8xyz$ найти производную по направлению вектора $\bar{s} = (1, 2, 3)$ в точке $A(-1, 4, 0)$.

3. Записать многочлен Тейлора второго порядка по степеням $(x - 1); y$ в точке $(1; 0; 1)$ для функции $z(x, y)$, заданной неявно уравнением $xz^5 + y^3z - x^3 = 0$.

4. Для функции $z = x^2 - 2xy - y^2 + 4x + 1$ найти:

а) наибольшее и наименьшее значения в области $D: \{x + y + 1 \leq 0; y \geq 0; x \geq -3\}$;

б) условный экстремум (используя метод неопределённых множителей Лагранжа) при условии $x + y + 1 = 0$.

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (12x^2y^2 + 16x^3y^3) dx dy$ по области,

ограниченной линиями $x = 1; y = x^2; y = -\sqrt{x}$.

6. Перейдя к полярным координатам, вычислить площадь фигуры, заданной неравенствами $D = \{(x; y): 0 \leq y \leq \sqrt{3}x; 2x \leq x^2 + y^2 \leq 4x\}$.

7. Исследовать на сходимость числовые ряды. Для знакочередующегося ряда установить вид сходимости, если таковая имеет место быть:

$$\text{А) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n(n-1)!} \quad \text{Б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n+2}}{n^3+6}.$$

8. Найти область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n^2+1)(x+3)^n}$.

9. Разложить функцию $f(x) = \frac{1}{1-x}$ по степеням $(x+1)$, используя известные разложения элементарных функций. Указать область сходимости полученного ряда.

10. Найти решение дифференциального уравнения первого порядка, отвечающее заданному начальному условию

$$x^2 y' = y^2 + 4xy + 2x^2; y(1) = 1$$

11. Найти решения линейных дифференциальных уравнений высокого порядка

$$\text{А) } y''' - y'' = 12x + 10 \quad \text{Б) } y'' - y' - 2y = e^{-x}(12x + 2).$$

12. Решить систему линейных дифференциальных уравнений первого порядка

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 6y \\ \frac{dy}{dt} = -3x + 5y \end{cases} \text{ с начальными условиями } x(0) = -2, y(0) = -1.$$

ВАРИАНТ 2

1. Найти и построить область определения функции двух переменных

$$z = \ln\left(\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} - 1\right).$$

2. Для функции $u = x\sqrt{y} + y\sqrt{z}$ найти производную по направлению вектора $\vec{s} = (1, 2, 3)$ в точке $A(-1, 4, 9)$.

3. Записать многочлен Тейлора второго порядка по степеням $(x-1), (y-2)$ в точке $(1, 2, 0)$ для функции $z(x, y)$, заданной неявно уравнением $x - yz + e^z - 2 = 0$.

4. Для функции $z = 4x^2 + 9y^2 - 4x - 6y + 3$ найти:

а) наибольшее и наименьшее значения в области $D: \{x \geq 0; y \geq 0; x + y \leq 1\}$;

б) условный экстремум (используя метод неопределённых множителей Лагранжа) при условии $x + y - 1 = 0$.

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (12xy + 27x^2y^2) dx dy$ по области,

ограниченной линиями $x = 1; y = x^2; y = -\sqrt{x}$.

6. Перейдя к полярным координатам, вычислить площадь фигуры, заданной неравенствами $D = \{(x; y): x^2 + y^2 \leq x; x^2 + y^2 \leq y\}$.

7. Исследовать на сходимость числовые ряды. Для знакочередующегося ряда установить вид сходимости, если таковая имеет место быть:

$$\text{А) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{2^{n^2}} \quad \text{Б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n+2}.$$

8. Найти область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{(n+1) \cdot 5^n}$.

9. Разложить функцию $f(x) = \sqrt{x+2}$ по степеням $(x+1)$, используя известные разложения элементарных функций. Указать область сходимости полученного ряда.

10. Найти решение дифференциального уравнения первого порядка, отвечающее заданному начальному условию

$$xy' + y = x \cdot e^x; y(1) = 0.$$

11. Найти решения линейных дифференциальных уравнений высокого порядка

$$\text{А) } y'' - 4y = 8x^3 \quad \text{Б) } 2y'' - 6y' - 8y = e^{-x}(10x+1).$$

13. Решить систему линейных дифференциальных уравнений первого порядка

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x + y \\ \frac{dy}{dt} = -5x + y \end{cases} \text{ с начальными условиями } x(0) = 1, y(0) = 3.$$

ВАРИАНТ 3

1. Найти и построить область определения функции двух переменных

$$z = \arccos \frac{x^2 + y^2}{9}.$$

2. Для функции $u = -2\ln(5 - x^2) - 4xyz$ найти производную по направлению вектора $\vec{s} = (1, 2, 3)$ в точке $A(-1, 4, 2)$.

3. Записать многочлен Тейлора второго порядка по степеням $(x-1), (y-1)$ в точке $(1, 1, 1)$ для функции $z(x, y)$, заданной неявно уравнением $x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$.

4. Для функции $z = 5x^2 - 3xy + y^2 + 4$ найти:

- а) наибольшее и наименьшее значения в области $D: \{x \geq -1; y \geq -1; x + y \leq 1\}$;
 б) условный экстремум (используя метод неопределённых множителей Лагранжа) при условии $x + y - 1 = 0$.

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (36x^2y^2 - 96x^3y^3) dx dy$ по области,

ограниченной линиями $x = 1; y = \sqrt[3]{x}; y = -x^3$.

6. Перейдя к полярным координатам, вычислить площадь фигуры, заданной неравенствами $D = \{(x; y): x \leq y \leq \sqrt{3}x; 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$.

7. Исследовать на сходимость числовые ряды. Для знакочередующегося ряда установить вид сходимости, если таковая имеет место быть:

$$\text{А) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}(n^3 + 1)}{(n+1)!} \quad \text{Б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n+1}}{n^2}.$$

8. Найти область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5 + 7}{n^3 \cdot 2^n (x+3)^n}$.

9. Разложить функцию $f(x) = \frac{1}{x^2}$ по степеням $(x+1)$, используя известные разложения элементарных функций. Указать область сходимости полученного ряда.

10. Найти решение дифференциального уравнения первого порядка, отвечающее заданному начальному условию

$$y' + 2xy = 4x^3 e^{-x^2}; y(0) = 1.$$

11. Найти решения линейных дифференциальных уравнений высокого порядка

$$\text{А) } y'' + 3y' = 54x + 42 \quad \text{Б) } y'' - 2y' - 3y = e^{-x}(8x + 6).$$

12. Решить систему линейных дифференциальных уравнений первого порядка

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x + 2y \\ \frac{dy}{dt} = -2x - y \end{cases} \text{ с начальными условиями } x(0) = -1, y(0) = 2.$$

ВАРИАНТ 4

1. Найти и построить область определения функции двух переменных

$$z = \frac{x}{\sqrt{y-x}} + \frac{y}{\sqrt{y+x}}.$$

2. Для функции $u = \frac{1}{4}x^2y - \sqrt{x^2 + 5z^2}$ найти производную по направлению вектора $\vec{s} = (1, 2, 3)$ в точке $A(-1, 4, 2)$.

3. Записать многочлен Тейлора второго порядка по степеням $(x-1), (y-1)$ в точке $(1, 1, -1)$ для функции $z(x, y)$, заданной неявно уравнением $z^2 + 3xyz + 4 = 0$.

4. Для функции $z = 10 + 2xy - x^2$ найти:

а) наибольшее и наименьшее значения в области $D: \{y \leq 4 - x^2; y \geq 0\}$;

б) условный экстремум (используя метод неопределённых множителей Лагранжа) при условии $x^2 + y - 4 = 0$.

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (8xy + 18x^2y^2) dx dy$ по области, ограниченной линиями $x = 1; y = \sqrt[3]{x}; y = -x^2$.

6. Перейдя к полярным координатам, вычислить площадь фигуры, заданной неравенствами $D = \{(x; y): x \leq y; -x \leq y; x^2 + y^2 \leq 2y\}$.

7. Исследовать на сходимость числовые ряды. Для знакочередующегося ряда установить вид сходимости, если таковая имеет место быть:

$$\text{А) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{(2n)!} \quad \text{Б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2 + 3n + 2}.$$

8. Найти область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{(n+1)^3} (x-2)^n$.

9. Разложить функцию $f(x) = 2^x$ по степеням $(x+1)$, используя известные разложения элементарных функций. Указать область сходимости полученного ряда.

10. Найти решение дифференциального уравнения первого порядка, отвечающее заданному начальному условию

$$xy' - y = 2x^2\sqrt{1-x^2}; y(1) = 0.$$

11. Найти решения линейных дифференциальных уравнений высокого порядка

$$\text{А) } y''' + y'' - 2y' = 12x^2 - 4 \quad \text{Б) } y'' - 5y' + 6y = e^{-x}(12x - 7).$$

12. Решить систему линейных дифференциальных уравнений первого порядка

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4y \\ \frac{dy}{dt} = -x \end{cases} \text{ с начальными условиями } x(0) = -4, y(0) = 1.$$

ВАРИАНТ 5

1. Найти и построить область определения функции двух переменных

$$z = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2}.$$

2. Для функции $u = xz^2 - \sqrt{x^3 y}$ найти производную по направлению вектора $\vec{s} = (1, 2, 3)$ в точке $A(1, 4, 2)$.

3. Записать многочлен Тейлора второго порядка по степеням $(x-1), (y-1)$ в точке $(1, 1, 1)$ для функции $z(x, y)$, заданной неявно уравнением $\frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y} + 1$.

4. Для функции $z = 4x^2 + y^2 + 4x + 2y + 6$ найти:

- а) наибольшее и наименьшее значения в области $D: \{x \leq 0; y \leq 0; x + y + 2 \geq 0\}$;
 б) условный экстремум (используя метод неопределённых множителей Лагранжа) при условии $x + y + 2 = 0$.

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (9x^2 y^2 + 48x^3 y^3) dx dy$ по области,

ограниченной линиями $x = 1; y = \sqrt{x}; y = -x^2$.

6. Перейдя к полярным координатам, вычислить площадь фигуры, заданной неравенствами $D = \{(x; y): 0 \leq y \leq x/\sqrt{3}; 2x \leq x^2 + y^2 \leq 4x\}$.

7. Исследовать на сходимость числовые ряды. Для знакочередующегося ряда установить вид сходимости, если таковая имеет место быть:

$$\text{А) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+2)!}{(3n+5)^2 2^n} \quad \text{Б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[3]{n}}.$$

8. Найти область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)2^n}{(n^3-1)(x+3)^n}$.

9. Разложить функцию $f(x) = \ln(x+2)$ по степеням $(x+1)$, используя известные разложения элементарных функций. Указать область сходимости полученного ряда.

10. Найти решение дифференциального уравнения первого порядка, отвечающее заданному начальному условию

$$(x^2 - 2y^2)dx + 2xy dy = 0; y(1) = 1.$$

11. Найти решения линейных дифференциальных уравнений высокого порядка

$$\text{А) } y''' + 5y'' + 6y' = 108(x-1)^2 \quad \text{Б) } y'' - 4y = e^{-2x}.$$

12. Решить систему линейных дифференциальных уравнений первого порядка

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x - y \\ \frac{dy}{dt} = x - y \end{cases} \text{ с начальными условиями } x(0) = 2, y(0) = -3.$$

ВАРИАНТ 6

1. Найти и построить область определения функции двух переменных

$$z = 1 + \sqrt{1 - (x - y)^2}.$$

2. Для функции $u = x\sqrt{y} - yz^2$ найти производную по направлению вектора $\vec{s} = (1, 2, 3)$ в точке $A(1, 4, 2)$.

3. Записать многочлен Тейлора второго порядка по степеням $(x - 3), (y - 4)$ в точке $(3, 4, 2)$ для функции $z(x, y)$, заданной неявно уравнением

$$3(x^2 + y^2 + z^2) - 2(xy + yz + xz) = 35.$$

4. Для функции $z = y^2 + 2xy - x^2 - 4y$ найти:

а) наибольшее и наименьшее значения в области $D: \{x \leq 3; y \geq 0; y \leq x + 1\}$;

б) условный экстремум (используя метод неопределённых множителей Лагранжа) при условии $x - y + 1 = 0$.

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (12xy + 27x^2y^2) dx dy$ по области,

ограниченной линиями $x = 1; y = x^2; y = -\sqrt[3]{x}$.

6. Перейдя к полярным координатам, вычислить площадь фигуры, заданной неравенствами $D = \{(x; y): x \geq 0; y \geq 0; x^2 + y^2 \leq x + y\}$.

7. Исследовать на сходимость числовые ряды. Для знакочередующегося ряда установить вид сходимости, если таковая имеет место быть:

$$\text{А) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{n!} \cdot \sin \frac{2}{3^n} \quad \text{Б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\ln(n+1)}.$$

8. Найти область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^{2n-1}}{3n+8}$.

9. Разложить функцию $f(x) = \frac{1}{1-2x}$ по степеням $(x+1)$, используя известные разложения элементарных функций. Указать область сходимости полученного ряда.

10. Найти решение дифференциального уравнения первого порядка, отвечающее заданному начальному условию

$$y' \cos x + y \sin x = \cos^2 x \cdot \operatorname{arctg} x; y(0) = 0.$$

11. Найти решения линейных дифференциальных уравнений высокого порядка

$$\text{А) } y^{(6)} - 3y^{(4)} - 4y'' = 80x^3 + 120x - 160 \quad \text{Б) } y'' - 4y' + 5y = 2x^2 e^x$$

12. Решить систему линейных дифференциальных уравнений первого порядка

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - y \\ \frac{dy}{dt} = 2x - y \end{cases} \text{ с начальными условиями } x(0) = 2, y(0) = 1.$$

ВАРИАНТ 7

1. Найти и построить область определения функции двух переменных

$$z = \ln(x^2 + y).$$

2. Для функции $u = 7\ln(1 + x^2) - 4xyz$ найти производную по направлению вектора $\bar{s} = (1, 2, 3)$ в точке $A(1, 4, 2)$.

3. Записать многочлен Тейлора второго порядка по степеням $(x - 1)$, y в точке $(2, 0, 1)$ для функции $z(x, y)$, заданной неявно уравнением
- $$2x^2 + 2y^2 + z^2 - 8xz - z + 8 = 0.$$

4. Для функции $z = 1 - 2xy + 2x^2$ найти:

а) наибольшее и наименьшее значения в области $D: \{y \geq x^2; y \leq 1\}$;

б) условный экстремум (используя метод неопределённых множителей Лагранжа) при условии $x^2 - y = 0$.

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (18x^2y^2 + 32x^3y^3) dx dy$ по области,

ограниченной линиями $x = 1; y = x^3; y = -\sqrt[3]{x}$.

6. Перейдя к полярным координатам, вычислить площадь фигуры, заданной неравенствами $D = \{(x; y): 0 \leq y \leq \sqrt{3}x; x^2 + y^2 \leq 4x\}$.

7. Исследовать на сходимость числовые ряды. Для знакочередующегося ряда установить вид сходимости, если таковая имеет место быть:

$$\text{А) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}(5/n)}{n!} \quad \text{Б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln\left(1 + \frac{1}{n^2}\right).$$

8. Найти область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 1}{3^n (x - 2)^n}$.

9. Разложить функцию $f(x) = \sqrt{3x + 4}$ по степеням $(x + 1)$, используя известные разложения элементарных функций. Указать область сходимости полученного ряда.

10. Найти решение дифференциального уравнения первого порядка, отвечающее заданному начальному условию

$$y^2 y' = y^2 + xy - x^2; y(0) = 1.$$

11. Найти решения линейных дифференциальных уравнений высокого порядка

$$\text{А) } y^{(5)} + 8y''' - 9y' = 45x^4 + 60x^2 - 630 \quad \text{Б) } y'' - y' - 2y = e^{-x}(12x + 2)$$

12. Решить систему линейных дифференциальных уравнений первого порядка

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x - 5y \\ \frac{dy}{dt} = x - 5y \end{cases} \text{ с начальными условиями } x(0) = 0, y(0) = -1.$$

ВАРИАНТ 8

1. Найти и построить область определения функции двух переменных

$$z = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}.$$

2. Для функции $u = \arctg \frac{y}{x} + xyz$ найти производную по направлению вектора $\bar{s} = (1, 2, 3)$ в точке $A(1, 1, 2)$.

3. Записать многочлен Тейлора второго порядка по степеням $(x - 2), (y + 2)$ в точке $(2, -2, 1)$ для функции $z(x, y)$, заданной неявно уравнением $x + y + z - 1 = 2 \ln z$.

4. Для функции $z = 3 - 2x^2 - xy - y^2$ найти: а) наибольшее и наименьшее значения в области $D: \{x \leq 1; y \leq 2; 2x + y \geq 2\}$; б) условный экстремум (используя метод неопределённых множителей Лагранжа) при условии $2x + y - 2 = 0$.

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (24xy + 18x^2 y^2) dx dy$ по области,

ограниченной линиями $x = 1; y = x^3; y = -\sqrt[3]{x}$.

6. Перейдя к полярным координатам, вычислить площадь фигуры, заданной неравенствами $D = \{(x; y): x \geq 0; y \geq 0; 2y \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$.

7. Исследовать на сходимость числовые ряды. Для знакочередующегося ряда установить вид сходимости, если таковая имеет место быть:

$$\text{А) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{3^n n!} \quad \text{Б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n+1} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n.$$

8. Найти область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{(2n+1)3^n}$.

9. Разложить функцию $f(x) = \frac{2}{x^3}$ по степеням $(x+1)$, используя известные

разложения элементарных функций. Указать область сходимости полученного ряда.

10. Найти решение дифференциального уравнения первого порядка, отвечающее заданному начальному условию

$$y \cdot y' + y^2 \operatorname{ctg} x = \cos x; y(\pi/2) = 0.$$

11. Найти решения линейных дифференциальных уравнений высокого порядка

$$\text{А) } y''' + 3y'' + 2y' = 12x^2 - 12 \quad \text{Б) } y'' + 3y' + 2y = e^{3x} (20x - 11).$$

12. Решить систему линейных дифференциальных уравнений первого порядка

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x - 5y \\ \frac{dy}{dt} = 5x - 4y \end{cases} \text{ с начальными условиями } x(0) = 5, y(0) = 4.$$

ВАРИАНТ 9

1. Найти и построить область определения функции двух переменных

$$z = \sqrt{1 - (x^2 + y^2)}.$$

2. Для функции $u = \ln(1 + x^2) - xy\sqrt{z}$ найти производную по направлению вектора $\vec{s} = (1, 2, 3)$ в точке $A(1, 4, 4)$.

3. Записать многочлен Тейлора второго порядка по степеням $(x - 3), (y + 2)$ в точке $(3, -2, 2)$ для функции $z(x, y)$, заданной неявно уравнением $z^3 - 2xz - 2y = 0$.

4. Для функции $z = y^2 - xy - 2$ найти:

а) наибольшее и наименьшее значения в области $D: \{y^2 \geq x + 1; x \leq 0\}$;

б) условный экстремум (используя метод неопределённых множителей Лагранжа) при условии $y^2 - x - 1 = 0$.

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (27x^2y^2 + 48x^3y^3) dx dy$ по области,

ограниченной линиями $x = 1; y = x^2; y = -\sqrt[3]{x}$.

6. Перейдя к полярным координатам, вычислить площадь фигуры, заданной неравенствами $D = \{(x; y): 0 \leq y \leq x; 16 \leq x^2 + y^2 \leq 4\sqrt{2}x\}$.

7. Исследовать на сходимость числовые ряды. Для знакочередующегося ряда установить вид сходимости, если таковая имеет место быть:

$$\text{А) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\operatorname{arctg} n)^2}{1 + n^2} \quad \text{Б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2^n + 1}.$$

8. Найти область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n + 5}{(2n + 9)^5 (x + 2)^{2n}}$.

9. Разложить функцию $f(x) = 3^x$ по степеням $(x + 1)$, используя известные разложения элементарных функций. Указать область сходимости полученного ряда.

10. Найти решение дифференциального уравнения первого порядка, отвечающее заданному начальному условию

$$4xy' + 2y = 49x^3 \ln x; y(1) = 0.$$

11. Найти решения линейных дифференциальных уравнений высокого порядка

$$\text{А) } y^{(4)} - y''' = 60(x + 2)^2 \quad \text{Б) } y'' + 4y' + 4y = 16xe^{2x}$$

12. Решить систему линейных дифференциальных уравнений первого порядка

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -2x - y \\ \frac{dy}{dt} = x - 2y \end{cases} \text{ с начальными условиями } x(0) = 3, y(0) = 2.$$

ВАРИАНТ 10

1. Найти и построить область определения функции двух переменных

$$z = \arcsin \frac{y}{x}.$$

2. Для функции $u = \sqrt{x^2 + y^2} - z$ найти производную по направлению вектора $\bar{s} = (1, 2, 3)$ в точке $A(1, 4, 2)$.
3. Записать многочлен Тейлора второго порядка по степеням $(x - 2), (y - 2)$ в точке $(2, 2, 0)$ для функции $z(x, y)$, заданной неявно уравнением $x^3 + z^3 - 6xz = y^3$.
4. Для функции $z = x^2 + 3y^2 + x - y$ найти:
- наибольшее и наименьшее значения в области $D: \{x \leq 1; y \leq 1; x + y \geq 1\}$;
 - условный экстремум (используя метод неопределённых множителей Лагранжа) при условии $x + y - 1 = 0$.
5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (8xy + 9x^2y^2) dx dy$ по области, ограниченной линиями $x = 1; y = \sqrt[3]{x}; y = -x^3$.
6. Перейдя к полярным координатам, вычислить площадь фигуры, заданной неравенствами $D = \{(x; y): 0 \leq y \leq \sqrt{3}x; x^2 + y^2 \leq \sqrt{3}y\}$.
7. Исследовать на сходимость числовые ряды. Для знакочередующегося ряда установить вид сходимости, если таковая имеет место быть:

$$\text{А) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2 - 1)6^n}{n!} \quad \text{Б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n \cdot \ln n}.$$

8. Найти область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^{2n-1}}{(2n^2 - n)4^n}$.
9. Разложить функцию $f(x) = \ln(x + 3)$ по степеням $(x + 1)$, используя известные разложения элементарных функций. Указать область сходимости полученного ряда.
10. Найти решение дифференциального уравнения первого порядка, отвечающее заданному начальному условию

$$xy' + y = x \cdot \cos x; y(2\pi) = 0.$$

11. Найти решения линейных дифференциальных уравнений высокого порядка
- $$\text{А) } y^{(5)} + 2y''' + y' = 6x^2 + 6x - 6 \quad \text{Б) } y'' - 2y' = e^x(x^2 + x - 3).$$

12. Решить систему линейных дифференциальных уравнений первого порядка

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x - 5y \\ \frac{dy}{dt} = x - 2y \end{cases} \text{ с начальными условиями } x(0) = 5, y(0) = -1.$$